

Аннотация
философия докторы (PhD) дәрежесін алу үшін ұсынылған
«Жоғарғы ретті дифференциалдық теңдеулер үшін Биркгоф бойынша
регулярлы емес шекаралық есептердің спектрлық талдауы»
тақырыбындағы диссертациялық жұмысы 6D060100 – Математика
мамандығы бойынша

Диссертациялық жұмыстың өзектілігі.

1940 жылдан және оған дейінгі жылдардағы математикалық жұмыстарда түйік нақты остегі ақырлы кесіндідегі толықтық шарты әр кесіндіде берілгеннен қысқа болатын L^p дағы толықтық шарты зерттелді. Осы диссертациялық жұмыста кесіндіде және графтың бойындағы дифференциалдық оператордың түбірлік функцияларының жүйесінің толықтық шарты қарастырылған.

Диссертациялық жұмыс жоғарғы ретті дифференциалдық теңдеулер үшін шеттік есептің Бирхгоф бойынша регуляр емес спектралды қасиеттерін зерттеуге арналған. Диссертациялық жұмыста нақты остегі кесіндідегі экспоненциал жүйенің толықтығының сұрақтары зерттелінген. Қандайда бір бүтін функцияның индикаторлы түйіндес диаграммасының ұзындығымен байланысқан функционалдық кеңістік интервалының өлшемінің шарты табылған.

В.А.Марченконың туындаған және туындамаған шеттік шарты 80 жылдардан бастап дамып келеді. Негізінен туындамаған шеттік есеп зерттелді. Бұл диссертациялық жұмыста арнайы функционалдық кеңістіктердегі қосылған функциялардың толық жүйесі мен меншікті толық жүйесі бар Штурм–Лиувилл теңдеуі үшін туындамаған екі нүктелі шеттік есептің класының кеңеюі қарастырылды.

Бұл арнайы кеңістіктердің Штурм-Лиувилль теңдеуінің потенциалының тірек ұзындығына тәуелділігі табылды. Сондай-ақ Бирхофф тұрақты емес жағдайлары бар Штурм-Лиувилл операторының түбірлік векторлар жүйесінің толықтығы зерттелді. Бұл жүйелердің толықтығының қызықты шарты теңдеу коэффициенті бойынша алынады. Оператор теориясының бұл саласына қызығушылық кездейсоқ емес, өйткені ол функционалдық талдаудың түбегейлі жаңа әдістерін әзірлеумен тікелей байланысты. Сондықтан зерттеу тақырыбының өзектілігі күмән тудырмайды.

Дипломдық жұмыста В.А. Марченко және Биркгофу ,бойынша граф-жұлдыздағы екі еселік дифференциалдау операторының регулярлық шекаралық шарттары зерттелді. Меншікті мәндердің асимптотикасы алынып, осы оператордың түбірлік функциялар жүйесінің толықтығы дәлелденді.

Жұмыс төртінші ретті дифференциалдық оператордың іргелі шешімдерінің жүйелері үшін айқын емес қатынастарды қамтиды. Конструктивті әдісті қолдану арқылы осы оператордың сипаттамалық анықтаушы есептеледі.

Диссертациялық жұмыс жуықтау теориясының дамуына белгілі бір үлес қосуға мүмкіндік беретін аяқталған ғылыми зерттеу болып табылады.

Нәтижелердің практикалық маңыздылығы теориялық механикада зерттеулердің мүмкін қолданылуына негізделген.

Зерттеудің мақсаты: бұл жұмыс жалпы шекаралық шарттары бар кесіндідегі төртінші ретті дифференциалдық операторлардың түбір функцияларының толықтығы, $L_2(0,1)$ функционалдық кеңістігіндегі K операторының түбірлік функциялары жүйесінің толықтығын зерттеу болып табылады.

Диссертациялық жұмыстағы **зерттеудің міндеттері** төмендегідей:

Жоғары ретті дифференциалдық теңдеулердің Биркгоф бойынша регуляр емес шекаралық есептерін спектрлік талдаудың жаңа әдістерін жасау.

Жоғары ретті Биркгоф бойынша регуляр емес шекаралық есептерінің спектрінің қасиеттерін зерттеу.

Биркгоф бойынша регуляр емес шекаралық есептері үшін меншікті мәндер мен меншікті функциялардың бар екендігін дәлелдеу.

Биркгоф бойынша регуляр емес шекаралық есептерін шешудің сандық әдістерін жасау және олардың дәлдігі мен тұрақтылығын талдау.

Жоғары ретті дифференциалдық теңдеулердің Биркгоф бойынша регуляр емес шекаралық есептерін сандық талдау үшін бағдарламалық қамтамасыз етуді құру.

Жоғары ретті дифференциалдық теңдеулерді шешуге байланысты әзірленген әдістерді ғылым мен техниканың әртүрлі салаларында одан әрі қолдануын зерттеу.

Жалпы алғанда, диссертациялық зерттеудің негізгі міндеті осы есептер класы туралы теориялық білімді кеңейту және ғылым мен техниканың әртүрлі салаларында практикалық маңызы болуы мүмкін жоғары ретті дифференциалдық теңдеулердің Биркгоф бойынша регуляр емес шекаралық есептерін шешудің жаңа әдістерін жасау болып табылады.

Сонымен, **зерттеу объектісі** L_2 -де квадраттық қосындылы функциялар кеңістігіндегі дифференциалдық операторлар болып табылады. Есептің түбір функциялары жүйесі $L_2(0,1)$ кеңістігінде толық болуы үшін мұндай талаптар төртінші ретті дифференциалдық теңдеудің шекаралық шарттарымен қанағаттандырылуы керек?

Осы мақсатқа жету үшін диссертацияда келесі міндеттер қарастырылады:

- нақты осьтегі кесіндідегі экспоненциал жүйенің толықтығының шарттары анықталады
- сипаттамалық анықтауыштың коэффициенттері дұрыс анықталған,
- сипаттамалық анықтауыштың коэффициенттерін есептеу формулалары шығарылады,
- шекаралық матрицалардың минорлары тұрғызылады,
- туындамаған шекаралық шарттар класын кеңейтті,
- кесіндідегі және графтағы екінші ретті дифференциалдық оператордың түбір функциялары жүйесінің толықтық шарттары анықталады,

Диссертациялық жұмысты **қорғау ережелері:**

ТЕОРЕМА 1. $\Delta(\lambda)$ бүтін функцияның индикатор түйіндес диаграмма ұзындығы D болсын. Онда мәлімдемелер дұрыс:

- $b - a > D$ болғанда $e(\Lambda)$ жүйесі $L^2(a, b)$ -де толық емес
- $b - a < D$ болғанда $e(\Lambda)$ жүйесі $L^2(a, b)$ -де толық
- Егер Λ -дан λ және μ нүктелерін ескермесек, онда $e(\Omega)$, $\Omega = \Lambda \setminus \{\lambda, \mu\}$ жүйесі $b - a = D$ болғанда $L^2(a, b)$ -да толық емес.

ТЕОРЕМА 2. $r = \max_x \sup (q(x) - q(1 - x)) \leq \frac{1}{2}$ және $A_{24} = 0$, $A_{14} + A_{32} = 0$, $A_{31} = 0$ болсын.

Штурм-Лиувилл теңдеуі үшін екі нүктелі шекаралық есептің меншікті функциялар жүйесі және онымен байланысты функциялары $L_2\left(\frac{1}{2} - r, \frac{1}{2} + r\right)$ кеңістігінде толық.

ТЕОРЕМА 3. (4), (5), (6) есептері $m=2$ үшін Биркгоф бойынша регулярлы шекаралық шарттары $L_2(\mathfrak{J})$ кеңістігінде түбірлік функциялардың толық жүйесі бар, сонымен қатар (4), (5), (6) есебінің меншікті мәндері, модульдерінің кемімейтін ретімен нөмірленген

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\lambda_n}{(n\pi)^2} = \frac{1}{16}.$$

шекті қатынасын қанағаттандырады.

ТЕОРЕМА 4. Егер R_{14} нөлге тең болмаса, $L_2(0,1)$ функция кеңістігінде түбір функцияларының сәйкес жүйесі толық болады

Зерттеу әдістері. Жұмыста қолданылатын зерттеу әдістеріне спектрлік талдаудың аналитикалық және сандық әдістері, сонымен қатар математикалық статистика әдістері және күрделі айнымалы функциялар теориясы жатады.

Ғылыми жаңалығы. Зерттеудің ғылыми жаңалығы бұрын әдебиетте зерттелмеген жоғары ретті дифференциалдық теңдеулердің Бирхоффың тұрақты емес шекаралық есептерін спектрлік талдаудың жаңа әдістерін жасауында.

Нәтижелердің негізділігі мен сенімділігі. Зерттеу нәтижелерінің негізділігі мен сенімділігі меншікті мәндер мен меншікті функциялардың бар екендігінің теориялық дәлелдерімен, сондай-ақ әзірленген әдістердің жоғары дәлдігі мен тұрақтылығын растайтын есептердің нақты мысалдары бойынша эксперименттермен қамтамасыз етіледі.

Зерттеудің теориялық маңызы. Зерттеудің теориялық маңыздылығы осы кластағы есептер туралы теориялық білімді кеңейтуге және есептердің кейбір аспектілеріне жаңаша қарауға мүмкіндік беретін жоғары ретті дифференциалдық теңдеулердің Биркгоффың регуляр емес шекаралық есептерін спектрлік талдаудың жаңа әдістерін дифференциалдық операторлардың спектрлік теориясы негізінде әзірлеуде жатыр.

Зерттеудің практикалық маңыздылығы. Зерттеудің практикалық маңыздылығы жоғары ретті дифференциалдық теңдеулерді шешуге байланысты ғылым мен техниканың әртүрлі салаларындағы қолданбалы есептерді шешуде зерттеу нәтижелерін пайдалану мүмкіндігінде, мысалы, математикалық физика, механика, техника және т.б. .

Ғылыми тұжырымдардың сенімділігі мен негізділігі. Диссертацияның ғылыми ережелерінің, қорытындылары мен нәтижелерінің сенімділігі мен негізділігі меншікті мәндер мен меншікті функциялардың бар екендігінің теориялық дәлелдерімен, сондай-ақ әзірленген әдістердің жоғары дәлдігі мен тұрақтылығын растайтын есептердің нақты мысалдары бойынша эксперименттермен қамтамасыз етіледі. .

Зерттеу мақсатының орындалуының толықтығын бағалау. Зерттеу мақсатының орындалуының толықтығын бағалау диссертация сапасының маңызды көрсеткіші болып табылады. Бұл жұмыста барлық мақсаттар мен міндеттерге қол жеткізілді, жоғары ретті дифференциалдық теңдеулердің Биркгоф бойынша регуляр емес шекаралық есептерін спектрлік талдаудың жаңа әдістері жасалды, спектрдің қасиеттері және есептерді шешудің сандық әдістері зерттелді, жаңа дифференциалдық операторлардың спектрлік теориясы саласында нәтижелер алынды.

Жарияланымдар. Диссертацияның нәтижелерінде 11 мақалада жарияланды. Оның ішінде рейтингтік журналдарда 2 мақала, ҚР БҒМ білім және ғылым саласында сапаны қамтамасыз ету комитеті ұсынған журналдарда 5 мақала, халықаралық конференция материалдарында 4 тезис.

Диссертацияның құрылымы мен көлемі. Диссертация кіріспеден, бөлімдері бар бес тараудан, қорытындыдан және пайдаланылған әдебиеттер тізімінен тұратын 127 беттен тұрады.

Диссертациялық жұмыста кесіндідегі бірінші ретті дифференциалдық операторлар жағдайында жүйесінің толықтығы кесінді ұзындықтары мен сипаттамалық анықтауыштың индикаторлық диаграммасы арасындағы байланысқа тәуелді екендігі дәлелденді; туындаған шекаралық шарттары бар екінші ретті дифференциалдық оператордың меншікті функциялар жүйесінің және онымен байланысты функцияларының толықтығы потенциалдың антисимметриялық шарасының тірек ұзындығы мен бастапқы кесіндінің ұзындығы арасындағы қатынасқа тәуелді екені анықталды; төртінші ретті дифференциалдық оператордың меншікті функциялар жүйесінің толықтығы мен байланысты функцияларының жеткілікті шарттары табылды; Меншікті функциялар мен байланысты функциялардың толық жүйесі бар граф-жұлдыздағы дифференциалдық операторлар класы бөлінген.

Зерттеу нәтижесінде келесі негізгі қорытындылар алынды:

1. Меншікті мән есептері толығымен зерттелді.
2. Жоғары ретті дифференциалдық теңдеулердің Биркгоф бойынша регуляр емес шекаралық есептерін спектрлік талдаудың жаңа әдістері әзірленді.
3. Биркгоф бойынша регуляр емес шекаралық есептер үшін меншікті мәндер мен меншікті функциялардың бар екендігі туралы теориялық нәтижелер дәлелденді.
4. Компьютерде есептерді шығару кезінде жоғары дәлдік пен тұрақтылықты алуға мүмкіндік беретін Биркгоф бойынша регуляр емес шекаралық есептерді шешудің сандық әдістері әзірленді және зерттелді.

5. Зерттеу нәтижелері жоғары ретті дифференциалдық теңдеулерді шешуге байланысты ғылым мен техниканың әртүрлі салаларында, соның ішінде математикалық физикада, механикада, сәулетте, техникада және басқа салаларда қолданылуы мүмкін.

6. Туындамаған шекаралық шарттар түсінігі енгізілген.

Алынған нәтижелерді іс жүзінде қолдану бойынша ұсыныстар келесі шараларды қамтиды:

1. Жоғары ретті дифференциалдық теңдеулердің Биркгоф бойынша регуляр емес шекаралық есептерін сандық талдау үшін бағдарламалық қамтамасыз етуді әзірлеу және енгізу.

2. Алынған теориялық нәтижелерді бекіту және әзірленген әдістердің тиімділігін бағалау мақсатында жоғары ретті дифференциалдық теңдеулерді шешуге байланысты есептердің нақты мысалдары бойынша тәжірибелік зерттеулер жүргізу.

3. Алынған нәтижелерді жоғары ретті дифференциалдық теңдеулерді шешуді қажет ететін жаңа технологиялар мен құрылғыларды жасауға байланысты практикалық есептерде қолдану.

4. Ғылыми-зерттеу нәтижелерін бакалавриат пен магистранттарға жоғары ретті дифференциалдық теңдеулерді және спектрлік талдауды шешу әдістерін үйрету үшін оқу процесінде пайдалану.

Бұл диссертациялық жұмыста сегменттегі бірінші, екінші және төртінші ретті дифференциалдық операторлар, олардың кесінді ұзындықтары арасындағы қатынасқа тәуелділігі және сипаттамалық анықтауыштың индикаторлық диаграммасы жүйенің толықтығының сипаттамасы зерттелді.

Сонымен, бұл диссертациялық жұмыста кесіндідегі дифференциалдық операторлар және графтардың әртүрлі типтері зерттеліп, операторлар теориясы мен олардың спектрлік қасиеттерінде жаңа нәтижелер алынды.